

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Шифр, название дисциплины

для студентов направления подготовки

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Шифр, название специальности/направления подготовки

профиля

Прикладная информатика

Шифр, название специализации/профиля

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2021 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика».

Программу составил:

_____ Буробин А.В.. доцент кафедры ВМ

Рецензент

_____ Д.А. Камаев, заведующий лаб. Математических методов
ФИАЦ ФГБУ «НПО «Тайфун», д.т.н.

Программа рассмотрена на заседании ОИКС
(протокол № 5/7 от «30» июля от 2021 г.)

Руководитель направления подготовки
01.03.02 - «Прикладная математика и информатика»

_____ Ермаков С.В.

« ____ » _____ 2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП подготовки бакалавров обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП Содержание компетенций*	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	<i>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</i>	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ОПК-3	<i>Способность осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о современных программных средствах, относящихся к предмету исследований</i>	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в учебный план подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и относится к дисциплинам естественнонаучного модуля..

Изучение дисциплины базируется на знаниях и навыках, полученных в результате освоения программ по курсам «Математический анализ», «Линейная алгебра». Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является одной из основ для освоения курса «Методы математической физики». Дисциплина изучается на 2 курсе в 3 семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 4 зачетных единиц (з.е.), или 144 академических часов.

3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Вид работы	Форма обучения (вносятся данные по реализуемым формам)	
	Очная	Заочная
	Семестр	Курс
	№ 4	№
	Количество часов на вид работы:	
Контактная работа обучающихся с преподавателем		
Аудиторные занятия (всего)	64	
В том числе:		
<i>лекции (лекции в интерактивной форме)</i>	32 (34)	
<i>практические занятия (практические занятия в интерактивной форме)</i>	32 (2)	
<i>лабораторные занятия</i>		
Промежуточная аттестация		
В том числе:		
<i>зачет</i>	-	
<i>экзамен</i>	36	
Самостоятельная работа обучающихся		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	44	
В том числе:		
<i>проработка учебного (теоретического) материала, подготовка к семинарским занятиям</i>	34	
<i>выполнение индивидуального домашнего задания</i>	6	
<i>подготовка к контрольным работам (в течение семестра)</i>	4	

Всего (часы):	144	
Всего (зачетные единицы):	4	

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Общая трудоемкость всего (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости
			Аудиторные учебные занятия			СРС	
			Лек	Сем/Пр	Лаб		
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	6	2	2		2	Домашнее задание, разбор задач.
1.1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	6	2	2		2	
2.	Уравнения первого порядка.	22	6	8		8	Домашние задания, разбор задач. Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) [6]. Контрольная работа № 1
2.1.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными.	6	2	2		2	
2.2.	Уравнения в полных дифференциалах.	10	2	4		4	

	лах. Линейные уравнения первого порядка.						
2.3.	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной.	6	2	2		2	
3.	Уравнения порядка выше первого.	22	6	6		10	Домашние задания, разбор задач. ИДЗ [6]. Контрольная работа № 2
3.1.	Уравнения порядка выше первого. Линейные уравнения.	4	1	1		2	
3.2.	Однородные линейные уравнения порядка n .	4	1	1		2	
3.3.	Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	6	2	2		2	
3.4.	Неоднородные линейные уравнения порядка n .	8	2	2		4	
4.	Системы дифференциальных уравнений.	14	4	4		6	Домашние задания, разбор задач. ИДЗ [8]. Контрольная работа № 2
4.1.	Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Линейные системы дифференциальных уравне-	4	2			2	

	ний.						
4.2.	Решение однородных линейных систем. Неоднородные системы.	10	2	4		4	
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	14	4	4		6	Домашние задания, разбор задач. ИДЗ [6].
5.1.	Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач.	6	2	2		2	
5.2.	Однородные краевые задачи. Решение уравнений при помощи рядов.	8	2	2		4	
6.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений.	14	4	4		6	Домашние задания, разбор задач. ИДЗ [6].
6.1.	Понятие устойчивости (по Ляпунову). Точки покоя.	6	2	2		2	
6.2.	Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова.	8	2	2		4	
7.	Уравнения с частными производными первого порядка.	16	6	4		6	Домашние задания, разбор задач. ИДЗ [6].
7.1.	Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Решение квазилинейных уравнений.	10	4	2		4	
7.2.	Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений.	6	2	2		2	
	Всего:	108	32	32		44	

Прим.: Лек – лекции, Сем/Пр – семинары, практические занятия, Лаб – лабораторные занятия, СРО – самостоятельная работа обучающихся

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	
1.1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	Основные понятия. Примеры. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
2.	Уравнения первого порядка.	
2.1.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Их геометрическая интерпретация. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
2.2.	Уравнения в полных дифференциалах. Линейные уравнения первого порядка.	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
2.3.	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые точки. Особые решения. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
3.	Уравнения порядка выше первого.	
3.1.	Уравнения порядка выше первого. Линейные уравнения.	Уравнения порядка выше первого. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Линейные уравнения. Общие свойства линейных уравнений. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
3.2.	Однородные линейные уравнения по-	Однородные линейные уравнения порядка n . Определитель Вронского. Фундаментальная система ре-

	рядка n .	шений. Общее решение. Формула Остроградского-Лиувилля. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
3.3.	Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Общее решение однородного уравнения с постоянными коэффициентами. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
3.4.	Неоднородные линейные уравнения порядка n .	Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Функция Коши. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
4.	Системы дифференциальных уравнений.	
4.1.	Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Линейные системы дифференциальных уравнений.	Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства линейных систем. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
4.2.	Решение однородных линейных систем. Неоднородные системы.	Решение однородных линейных систем. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Решение однородных систем с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Матрица Коши. <i>Литература: [1, 2, 3].</i>
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	
5.1.	Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, её свойства. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>
5.2.	Однородные краевые задачи. Решение уравнений при помощи рядов.	Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции, их свойства. Решение уравнений при помощи рядов. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>
6.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений.	
6.1.	Понятие устойчивости (по Ляпунову). Точки покоя.	Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Точки покоя. Простейшие типы точек покоя на плоскости. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>
6.2.	Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова.	Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>
7.	Уравнения с частными производными первого порядка.	
7.1.	Уравнения с частны-	Уравнения с частными производными первого по-

	ми производными первого порядка. Линейные уравнения. Решение квазилинейных уравнений.	рядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения. Решение квазилинейных уравнений. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>
7.2.	Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений.	Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Разрывные решения. <i>Литература: [1, 2, 4].</i>

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	
1.1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Геометрическая интерпретация уравнений первого порядка.
2.	Уравнения первого порядка.	
2.1.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными.	Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
2.2.	Уравнения в полных дифференциалах. Линейные уравнения первого порядка.	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
2.3.	Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.
3.	Уравнения порядка выше первого.	
3.1.	Уравнения порядка выше первого. Линейные уравнения.	Уравнения порядка выше первого, допускающие понижение порядка.

3.2.	Однородные линейные уравнения порядка n .	Однородные линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского-Лиувилля.
3.3.	Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
3.4.	Неоднородные линейные уравнения порядка n .	Неоднородные линейные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.
4.	Системы дифференциальных уравнений.	
4.1.	Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Линейные системы дифференциальных уравнений.	
4.2.	Решение однородных линейных систем. Неоднородные системы.	Однородные и неоднородные линейные системы с постоянными коэффициентами.
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	
5.1	Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач.	Решение краевых задач. Функция Грина.
5.2	Однородные краевые задачи. Решение уравнений при помощи рядов.	Решение задач на собственные значения.
6.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений.	
6.1	Понятие устойчивости (по Ляпунову). Точки покоя.	Устойчивость решений. Исследование на устойчивость простейших точек покоя.
6.2	Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова.	Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой метод Ляпунова. Критерий Гурвица.
7.	Уравнения с частными производными первого порядка.	
7.1.	Уравнения с частными производными первого порядка. Ли-	Решение линейных и квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка.

	нейные уравнения. Решение квазилинейных уравнений.	
7.2.	Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений.	Задача Коши для уравнений с частными производными первого порядка.

Лабораторные занятия не предусмотрены

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендованы методические указания [6], содержащие подробные решения типовых задач по всем разделам курса, учебное пособие [11], обучающая компьютерная программа «Открытая математика 2.5» и Интернет-ресурсы [1-7].

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №1
2.	Уравнения первого порядка.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №1, ИДЗ
3.	Уравнения порядка выше первого.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №2, ИДЗ
4.	Системы дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №2, ИДЗ
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ
6.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ
7.	Уравнения с частными производными первого	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ

	порядка.		
--	----------	--	--

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. Экзамен (4 семестр)

а) типовые вопросы (задания):

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Их геометрическая интерпретация. [1], гл.1, §§1-2; [2], гл.1, §1; [3], гл.1, §1.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными. [1], гл. 2, §1; [2], гл.1, §2; [3], гл.1, §§2-3.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. [1], гл. 2, §1; [2], гл.1, §2; [3], гл.1, §§4-5.
4. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые точки. Особые решения. [1], гл.2, §§2-3; [2], гл.2, §§5-8; [3], гл.1, §§6-8.
5. Уравнения порядка выше первого. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Линейные уравнения. Общие свойства линейных уравнений. [1], гл.2, §4, гл.3, §§1-2; [2], гл. 2, §§5-7, гл.3, §§9-10; [3], гл.2, §§1-2.
6. Однородные линейные уравнения порядка n . Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Общее решение. Формула Остроградского-Лиувилля. [1], гл. 3, §3; [2], гл.3, §§9-10; [3], гл. 2, §§3-4.
7. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Общее решение однородного уравнения с постоянными коэффициентами. [1], гл.3, §5; [2], гл.3, §11; [3], гл. 2, §5.
8. Неоднородные линейные уравнения порядка n . Общее решение неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Функция Коши. [1], гл.3, §4; [2], гл.3, §§10-11; [3], гл.2, §6.
9. Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка. Постановка краевых задач. Разрешимость неоднородных краевых задач. Функция Грина, её свойства. [1], гл.4, §§1-2; [2], гл.3, §§12-13; [4], гл.4, §1-2.
10. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции, их свойства. Решение уравнений при помощи рядов. [1], гл.4, §3, гл.3, §8; [2], гл.3, §13; [4], гл.4, §3.
11. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства линейных систем. [1], гл.2, §4, гл.3, §6; [2], гл.2, §§4-7, гл.3, §9; [3], гл.3, §§1-2.

12. Решение однородных линейных систем. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Решение однородных систем с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Матрица Коши. [1], гл.3, §§6-7; [2], гл.3, §§9, 14; [3], гл.3, §§3-5.

13. Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Точки покоя. Простейшие типы точек покоя на плоскости. [1], гл.5, §§1, 4; [2], гл.4, §§18, 21; [4], гл. 5, §§1-2.

14. Исследование на устойчивость по первому приближению. Прямой (второй) метод Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева. [1], гл.5, §§2-3; [2], гл.4, §§19- 20; [4], гл.5, §§3-4.

15. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные уравнения. Характеристическая система. Общее решение линейного уравнения. Решение квазилинейных уравнений. [1], гл.8, §§1-2; [2], гл.5, §§25-26; [4], гл.6, §§1-3.

16. Решение задачи Коши для квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Разрывные решения. [1], гл.8, §2; [2], гл.5, §26; [4], гл.6, §4.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студентам предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить две задачи из разных разделов программы.

в) описание шкалы оценивания:

Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов. Экзаменационная оценка выставляется в соответствии с таблицей:

П.6.3

Таблица пересчета итогового рейтингового балла в 5-бальную оценку		
Итоговый рейтинговый балл	5-бальная оценка	Оценка по ECTS
90–100	Отлично	A
85–89	очень хорошо	B
75–84	хорошо	C
65–74	удовлетворительно	D
60–64	посредственно	E
< 60	неудовлетворительно	F

6.2.2. Рейтинговая контрольная работа №1

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

I. Является ли функция $y(x) = 2x + 3/2$ решением уравнения $y' = \sqrt{2y - 4x + 1}$?

II. Решить уравнения:

1. $y' = -2\sqrt{y} \sin^2(\sqrt{y}) \ln(x + 2)$;

2. $xy' + 2y = 4 \sin(2x)$;

3. $(7xy^2 - 3y^2 + 5y)dx + (7x^2y - 6xy + 5x)dy = 0$;

4. $x^2y' = y(x + y^2)$;

5. $(2x + 3y + 4)dx + (4x + 6y - 5)dy = 0$.

Вариант 2

I. Является ли функция $y(x) = -2\sqrt{3}x + (\sqrt{3} - 1)/2$ решением уравнения $y' = \cos(4y - 8x + 2)$?

II. Решить уравнения:

1. $y' = x(2 - y) \ln(y - 2) \operatorname{sh}(3x)$;

2. $\cos(x)y' + 2 \sin(x)y = \operatorname{tg}(2x)$;

3. $(3x^2y - 2y^3 - 5)dx + (x^3 - 6xy^2 - 2y^2)dy = 0$;

4. $y' - e^x \sqrt[3]{y} = 3y$;

5. $\sqrt{xy}' = \sqrt{y+x} - \sqrt{x}$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии, что студент набрал в сумме 12 баллов и более.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание I – 1 балл; задания II.1 – II.3 – 3 балла за каждое; задания II.4 и II.5 – 5 баллов за каждое.

6.2.3. Рейтинговая контрольная работа №2

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

Решить:

1. $y'' - 4y' + 8y = xe^x$;

2. $y'' + 2y' + y = \frac{(x+1)^2 e^{-x}}{x}$;

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y + z \\ \dot{y} = x + 4y + z \\ \dot{z} = x + 3y + 2z \end{cases},$$

($\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 4$);

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = 6x + 3y + 4e^{-t} \\ \dot{y} = 4x + 2y + 1. \end{cases}$$

Вариант 2

Решить:

1. $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x$;

2. $y'' + 9y = \frac{1}{\sin(3x)}$;

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 6y + 2z \\ \dot{y} = 2x + 7y + 2z \\ \dot{z} = 2x + 6y + 3z \end{cases},$$

($\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 5, \lambda_3 = 7$);

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y \\ \dot{y} = -x + y + 4 \sin(2t). \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии, что студент набрал в сумме 12 баллов и более.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание 1 – 4 балла; задания 2 и 3 – 5 баллов за каждое; задание 4 – 6 баллов.

6.2.4. Индивидуальное домашнее задание

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$y' = (1 + \sin(y))x \cos(2x).$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(x + 3y - 4)dx + (x + 3y + 6)dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(x - y + 1)dx - (x + y + 1)dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$y' + 3x^2y = 6x^5.$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(3x^2y - 4xy + 3)dx + (x^3 - 2x^2 + 9y)dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = 6y + 5x + 7, \quad y(0) = 3.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' + 8y' = 2(x - 2)^2 + (5 - 4x)e^{3x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 18y = 2x^2 + 5x + 7, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = -3e^{\frac{5}{3}x} \cos(4x), \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = f(x), \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = \lambda y, \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -6 & 7 & 6 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos(2t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - \sqrt{x - y}, \\ \dot{y} = x^2 + y + 1. \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(3x + 2y) \frac{\partial u}{\partial x} - (6x - 7y) \frac{\partial u}{\partial y} + 2(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Вариант 2

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(1 + e^y)^2 dx - \sqrt{4 - x^2} dy = 0.$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(x + 4y + 3) dx - (2x + 8y + 3) dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(2x + y + 1) dx + (x + 2y + 1) dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$y' + 6 \operatorname{ctg}(3x)y = 6(x + 1).$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(7xy^2 - 3y^2 + 5y) dx + (7x^2y - 6xy + 5x) dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = -5y + 3x - 8, \quad y(0) = 0.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' + 10y' + 21y = (5x - 3)e^{-3x} + 4xe^{3x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2y'' + 10y' + 13y = 2x^2 - 3x + 4, \\ y(0) = -2, \quad y'(0) = 3. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = -8e^{\frac{5}{4}x} \sin(5x), \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = f(x), \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = \lambda y, \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2t \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy - 4y, \\ \dot{y} = 4y - x^2. \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(x - 3)\frac{\partial u}{\partial x} + (y + 2)\frac{\partial u}{\partial y} = x - y + 4.$$

В полном объеме варианты индивидуального домашнего задания (всего 30 вариантов) и методические указания к его выполнению представлены в работе [6]. Выбор обучающимся варианта ИДЗ для выполнения производится по согласованию с преподавателем.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным при условии, что студент при его защите набрал в сумме 9 баллов и более.

в) описание шкалы оценивания:

Успешно выполненное и полностью защищенное индивидуальное домашнее задание оценивается 15 баллами. К защите принимается ИДЗ при условии, что все его задания выполнены. В ходе защиты студенту предлагается объяснить (или решить упрощенные аналогичные) 3 задания из различных разделов курса, каждое из которых оценивается в 5 баллов.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов ИАТЭ. Обнинск 2007

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.:Наука, 1998. (5 экз.); М.:Наука, 1985. (5 экз.); М.:Наука, 1980. (5 экз.)
2. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник. М.: Едиториал УРСС, 2004. (400 экз.)
3. Буробин А.В. Дифференциальные уравнения. Конспект лекций по курсу «Высшая математика». Ч. 1. Обнинск: ИАТЭ, 2003. (200 экз.)
4. Буробин А.В. Дифференциальные уравнения. Конспект лекций по курсу «Высшая математика». Ч. 2. Обнинск: ИАТЭ, 2007. (50 экз.)
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва-Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. (3 экз.); М.: Наука, 1992. (500 экз.)
6. Буробин А.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Дифференциальные уравнения». Обнинск: ИАТЭ, 2002. (150 экз.)

б) дополнительная учебная литература:

7. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970.
9. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.
10. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. М.: Ком Книга, 2006.
11. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: Высшая школа, 1989.

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

Находящиеся в сети «Интернет» в свободном доступе источники [1–11] из списка основной и дополнительной литературы.

Дополнительные Интернет-ресурсы:

1. http://math.phys.msu.ru/Education/General_courses/Differential_equations/show_page (методические материалы кафедры математики физического факультета МГУ по курсу «Дифференциальные уравнения»)

2. <http://math.phys.msu.ru/data/57/lekcii.pdf> (МГУ, семестровый курс лекций по теории дифференциальных уравнений для студентов физического факультета)
3. <http://detc.usu.ru/courses/cmath0011/index.html> (Э.В.Вдовина, В.Г.Пименов, Уральский ГУ, интернет-учебник по теории дифференциальных уравнений ЦТДО)
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm> (международный научно-образовательный сайт EqWorld, обыкновенные дифференциальные уравнения)
4. <http://www.edudic.ru/bes/19049/> (Энциклопедический словарь, “дифференциальное уравнение”)
7. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/examples.asp> (примеры решения типовых задач курса теории обыкновенных дифференциальных уравнений в среде математических пакетов Mathcad и Mathematica)

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» базируется на знаниях и навыках, полученных в результате освоения школьной программы по математике, а также программ по курсам «Математический анализ», «Алгебра и геометрия». Курс «Дифференциальные уравнения» является фундаментом математического образования специалиста по прикладной математике и информатике и имеет важнейшее значение для успешного изучения последующих дисциплин, предусмотренных учебным планом и использующих методы и математический аппарат теории дифференциальных уравнений, таких как «Численные методы», «Методы оптимизации».

Образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины в аудитории (активные и интерактивные формы): лекции, семинары, консультации, индивидуальные работы, контрольные работы, зачет, в том числе активные формы: проблемная лекция, лекция по готовому конспекту, мозговой штурм, решение типовых задач, занятия по решению проблемных и творческих задач, контрольно-корректирующие занятия. Зачет выставляется после защиты индивидуальных домашних заданий и сдачи контрольных работ.

Образовательные технологии, применяемые при организации внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Самостоятельная работа с книгой и конспектом лекций.
2. Самостоятельная работа с Интернет-ресурсами.
3. Самостоятельная работа по выполнению домашних работ.
4. Самостоятельная работа при подготовке к аудиторным контрольным работам.
5. Самостоятельная работа при подготовке к зачету.

Для достаточного освоения теоретического материала по дисциплине «Дифференциальные уравнения» студенты должны:

- ознакомиться с перечнем вопросов, относящихся к каждой теме и изучить их по конспекту лекций с учетом заметок в собственном конспекте лекций;
- выбрать источник из списка литературы, если по данной теме недостаточно материала в конспекте лекций;

– проверить полученные теоретические знания на основе результатов выполненных домашних заданий и контрольных работ.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудиторный и библиотечные фонды института. Для проведения лекционных занятий необходимы аудитории, оснащенные мультимедийным оборудованием.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

Выполнение текущих домашних заданий и индивидуального домашнего задания (ИДЗ) [6] по всем темам курса.

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие дифференциального уравнения, понятие решения дифференциального уравнения, задача интегрирования дифференциального уравнения.
2. Уравнения первого порядка, их классификация.
3. Постановка задачи Коши для уравнения первого порядка, условия ее однозначной разрешимости.
4. Уравнения порядка выше первого, допускающие понижение порядка, их классификация.
5. Линейные уравнения порядка выше первого, структура общего решения линейного уравнения, фундаментальная система решений.
6. Нормальные системы дифференциальных уравнений, условия однозначной разрешимости задачи Коши для нормальной системы.
7. Линейные системы, структура общего решения линейной системы, фундаментальная система решений.
8. Постановка краевых задач для линейных уравнений второго порядка.

9. Неоднородные краевые задачи, функция Грина.
 10. Однородные краевые задачи, собственные значения и собственные функции, их свойства.
 11. Понятие устойчивости (по Ляпунову) решения, точки покоя, простейшие типы точек покоя на плоскости.
 12. Исследование точек покоя на устойчивость по первому приближению.
 13. Линейные уравнения с частными производными, характеристики, общее решение линейного уравнения.
 14. Квазилинейные уравнения с частными производными, характеристики, множество решений квазилинейного уравнения.
 15. Постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения, ее особенности.
- Задания для самопроверки из [6].

12.3. Краткий терминологический словарь

Автономная система, асимптотическая устойчивость, дифференциальное уравнение, задача Коши, интеграл дифференциального уравнения, интегральная линия, квазилинейное уравнение, краевая задача, линейное уравнение, матрица Коши, метод вариации произвольных постоянных, неоднородное линейное уравнение, неустойчивый узел, неустойчивый фокус, нормальная система, общее решение, общий интеграл, однородное уравнение, однородное линейное уравнение, особая точка, особое решение, первый интеграл, подстановка Эйлера, порядок дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения, седло, система дифференциальных уравнений, собственная функция, собственное значение, точка покоя, уравнение в полных дифференциалах, уравнение с разделяющимися переменными, уравнение с частными производными, устойчивое решение, устойчивый узел, устойчивый фокус, фазовая траектория, фазовый портрет, фундаментальная система решений, функция Грина, функция Коши, характеристика, характеристическая система, характеристическое уравнение, центр, частное решение.